

2010

# Nivelación

[Ing. Sergio Navarro Hudiel]

Apuntes de Topografía II

UNI Norte  
01/09/2010



*El conocimiento de un ingeniero civil depende de dos partes: la práctica y la teoría. El ingeniero sin práctica simplemente no es ingeniero, la teoría sin práctica no funciona. El ingeniero es un hombre de campo, si no sabe cómo funcionan las cosas en el mismo, fracasa. La mayoría del tiempo, el ingeniero la pasa en el campo compartiendo conocimientos con los expertos en la materia.*

*El escritor y educador Richard L. Weaver afirma: “Cuando existe una red entre lo aprendido en el aula y la propia experiencia salta una chispa que enciende la bombilla de la comprensión.”*

*En el aula habremos aprendido muchos métodos y teorías para resolver algunos problemas que se puedan presentar en el campo de trabajo. Los trabajos de ingeniería civil es indispensable el dominio de la topografía. Cualquier tipo de proyecto que se ejecute necesita de la aplicación de la misma. El ingeniero civil debe ser el que domina y maneja la situación y el aspecto topográfico de todo proyecto. La topografía trata de establecer un control en la configuración de un terreno y de elementos artificiales, naturales se pueden encontrar a través de medidas que se representan en mapas o planos con técnicas apropiadas.*

*Su objetivo es medir grandes extensiones de tierra este se puede encantar de medir distancias horizontales y verticales puede tomar datos necesarios según su forma y accidente entre puntos y objetos sobre la superficie. De manera general se establece un control tanto vertical como horizontal de las medidas del terreno para poder representarlos en escala con su forma y accidentes.*

*He tratado de recopilar en este documento información que les facilite a los estudiantes el aprendizaje y facilite la investigación para el área de topografía. Hemos dedicado este documento al desarrollo y comprensión de la parte correspondiente a Altimetría y Altimplanimetría.*

**Ing. Sergio Navarro Hudiel**

# Índice

<i>Introducción</i> .....	4
<i>Altimetría o nivelación</i> .....	4
<i>Elementos a Considerar en la Nivelación:</i> .....	4
<i>Cotas fijas, Banco de nivel (BM) o banco maestro</i> .....	6
<i>Pendientes y diferencias de nivel</i> .....	7
<i>Aplicaciones de la Nivelación</i> .....	7
<i>Comprobación y ajuste de nivel</i> .....	8
<i>Curvatura y refracción</i> .....	8
<i>Conceptos Básicos de comprensión aplicada</i> .....	10
<i>Métodos de nivelación:</i> .....	11
<i>Nivelación trigonométrica</i> .....	11
<i>Nivelación Barométrica</i> .....	12
<i>Nivelación Directa o diferencial</i> .....	13
<i>Nivelación simple</i> .....	13
<i>Nivelación compuesta</i> .....	14
<i>Modelo de registro de datos</i> .....	14
<i>Precisión en nivelaciones</i> .....	16
<i>Nivelación aproximada</i> .....	16
<i>Nivelación ordinaria</i> .....	16
<i>Nivelación de alta precisión</i> .....	17
<i>Nivelación de precisión</i> .....	17
<i>Comprobación de las nivelaciones</i> .....	17
<i>Método de doble punto de cambio</i> .....	18
<i>Método por doble puesta de instrumento</i> .....	19
<i>Método Nivelación de Ida y Vuelta</i> .....	20
<i>Ajustes de nivelación</i> .....	21
<i>Ajuste por cotas (Nivelación en circuito cerrado)</i> .....	22
<i>Ejercicio propuesto</i> .....	24

## Introducción

Un levantamiento topográfico constituye el conjunto de operaciones que tiene por objeto conocer la posición relativa de los puntos sobre la tierra en base a su longitud, latitud y elevación (x,y,z). Para el estudio operacional de la topografía se dividió en Planimetría, altimetría y altiplanimetría. En cursos pasados se estudio a fondo la planimetría. Este curso se enfocara a la altimetría y altiplanimetría.

## Altimetría o nivelación

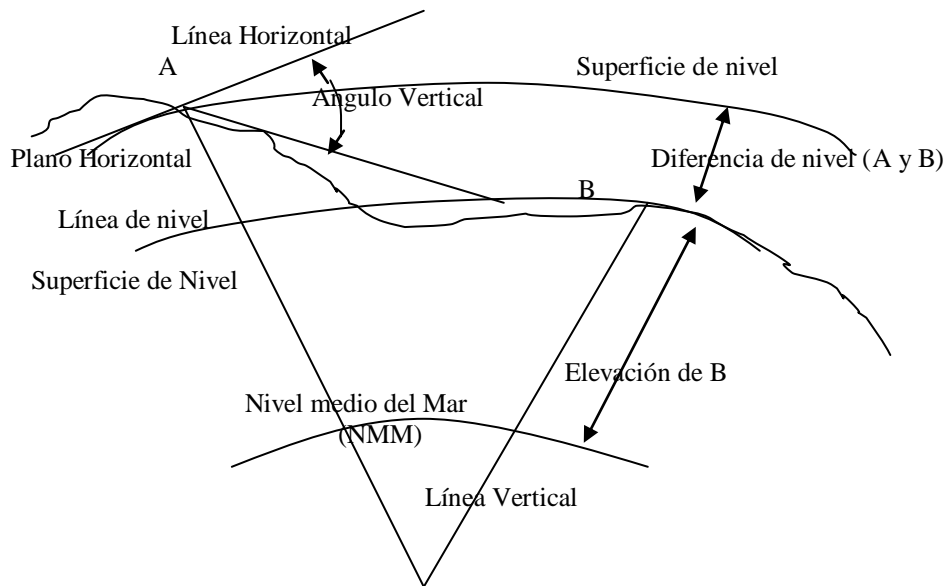
Se da el nombre de nivelación al conjunto de operaciones por medio de las cuales se determina la elevación de uno o más punto respecto a una superficie horizontal de referencia dada o imaginaria la cual es conocida como superficie o plano de comparación. El objetivo primordial de la nivelación es referir una serie de puntos a un mismo plano de comparación para poder deducir los desniveles entre los puntos observados. Se dice que dos o más puntos están a nivel cuando se encuentran a la misma cota o elevación respecto al mismo plano de referencia, en caso contrario se dice que existe un desnivel entre estos.

Es el conjunto de operaciones por medio de las cuales se determina la altura y el desnivel de unos o más puntos del terreno respecto a un nivel de referencia, dado o imaginario, en trabajos de gran importancia el nivel de referencia es el nivel medio del mar (N.M.M)

## Elementos a Considerar en la Nivelación:

La elevación de un punto cerca de la superficie de la tierra es su distancia vertical sobre o debajo de unas superficie de nivel asumida o superficie curvada, en la que la línea de la plomada es normal a cada uno de sus elementos de área.

La superfice de nivel (real o imaginaria) usada como referencia, se denomina **Datum**.



**Línea Vertical:** Línea que sigue la dirección de la gravedad, indicada por el hilo de una plomada.

**Superficie de Nivel:** es una superficie curva en donde cada uno de los puntos es perpendicular a la dirección de la plomada; así el desnivel entre dos puntos es la distancia que existe entre la superficie de nivel de dichos puntos. Una masa de agua en reposo es el mejor ejemplo de ello.

**Línea de Nivel:** Línea contenida en una superficie de nivel y que es, por tanto, curva.

**Plano Horizontal:** Plano perpendicular a la dirección de la gravedad. En topografía plana, es un plano perpendicular a la línea de plomada. : es un plano tangente a una superficie de nivel.

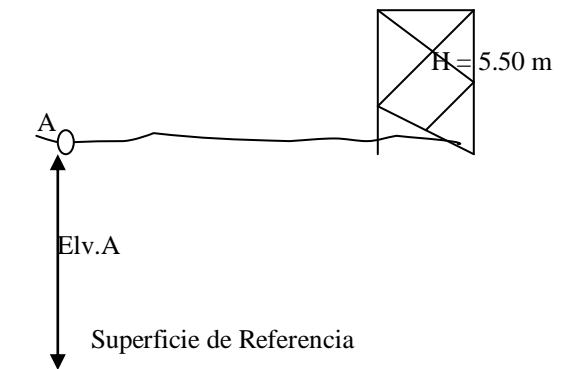
**Línea Horizontal:** Es una línea en un plano horizontal. En topografía plana, es una línea perpendicular a la vertical.

**Plano de Referencia:** Superficie de nivel a la cual se refieren las elevaciones (por ejemplo, el nivel medio del mar). Se le llama a veces *Plano de referencia vertical* o plano de comparación, aunque en realidad no sea un plano.

**Nivel Medio del Mar (NMM):** Altura promedio de la superficie del mar según todas las etapas de la marea en un periodo de 19 años. Se determina por lecturas tomadas generalmente a intervalos de una hora. En Estados Unidos se utilizaron 26 estaciones distribuidas a lo largo de la costas del océano Atlántico, del océano Pacífico y del golfo de México. (Wolf / Brinker pag. 122)

**Línea de Colimación:** es una línea imaginaria que va desde el centro del ocular del telescopio, pasa por la intersección de los hilos de la retícula y llega al punto principal del objetivo, estando el aparato corregido.

**Altura, Cota ó Elevación:** Distancia vertical medida desde un plano o nivel de referencia, hasta un punto o plano dado.



**Angulo vertical:** es el ángulo entre dos líneas que se cortan en un plano vertical. En topografía se supone una de estas líneas de manera horizontal.

**Nivel medio del mar (NMM) :** altura media de la superficie del mar media de la superficie del mar según todas las etapas de la marea en un periodo de 19 años.

### Cotas fijas, Banco de nivel (BM) o banco maestro

Es un punto permanente en el terreno de origen natural o artificial cuya elevación es conocida. El BM puede estar referenciado al NMM o ser asumido para ciertos trabajos de campo. Existen BM de cota fija los que son colocados por el INETER los que constituyen una red geodésica en nuestro país, estos son monumentos localizados comúnmente en estribos de puentes, aceras o construidos de concreto.

Establecidas por instituciones especializadas y están relacionadas directamente con el N. M. M. Se establecen, por nivelación de alta precisión. Se sitúa en lugares en donde no sufran asentamientos

Existen dos tipos de BM.

1. En el que aparece su posición (x, Y) Posición geodésica.
2. En el que aparece su altura, es decir su elevación con respecto al (NMM).

Para los trabajos de carretera, puentes y alcantarillado sanitario se exige que estos sean amarrados a dos BM , actualmente se exigen también a trabajos de lotificaciones y urbanizaciones.

### **Cotas Temporales**

Establecidas por instituciones no especializadas. Su objetivo es dividir tramos largos en tramos cortos y son situados mediante nivelación corriente, y su tiempo de permanencia es bien limitada (mientras dure la construcción). Se deben establecer en lugares donde no vayan a ser removidos por la construcción , para cada obra el BN es único.

### **Pendientes y diferencias de nivel**

Considero necesario como introducción a la topografía recordar el concepto de pendiente, el cual no es más que el ángulo formado por una línea respecto al plano de referencia. De manera general la pendiente se calcula por unidad lineal y se calcula por la división de la diferencia de altura entre dos puntos y la longitud del segmento.

Pendiente =  $\Delta H / \text{Longitud}$

Por ejemplo en un tramo de 100 metros se tiene una cota inicial de 101.50 m y una final de 100.00 m, dando una diferencia de nivel de 0.5 m. Cual es la pendiente?

Pendiente =  $\Delta H / \text{Longitud}$

Pendiente =  $1.5 / 100 \text{ m} * 100 = 1.5 \%$

\* El desnivel no es más que la diferencias de alturas o elevaciones entre dos puntos.

### **Aplicaciones de la Nivelación**

La nivelación es una operación fundamental para el ingeniero, tanto para poder confeccionar un proyecto, como para lograr replantear el mismo. En términos genéricos Nivelación se aplica a cualquiera de los diversos procedimientos a

través de los cuales se determinan elevaciones o diferencias entre las mismas. Los resultados de la nivelación se utilizan:

- a) En el proyecto de carreteras, vías férreas, canales, obras de drenaje y sistemas de suministros de agua cuyas pendientes se adaptan en forma óptima a la topografía existente.
- b) En el trazo de construcciones de acuerdo con elevaciones planeadas.
- c) En el cálculo de volumen de terrecerías y otros materiales.
- d) En la investigación de las características de escurrimiento o drenaje de una región.
- e) En la elaboración de mapas y planos que muestren la configuración general del terreno.
- f) En el estudio de los movimientos de las placas de la corteza terrestre y el asentamiento de las mismas. (wolf /Brinker pag.121)




Los instrumentos básicos utilizados para lograr estos fines son el nivel y la estadia. También puede ser usado el teodolito pues también realiza las funciones del nivel. Los niveles son instrumentos de fácil manejo y de operación rápida y precisa (nivel automático o autonivelante). Con los avances tecnológicos de hoy en día también se usan los GPS cuya precisión

Los niveles de mano son instrumentos que se usan con una sola mano y se usan en trabajos de poca precisión y para fines de verificación. Los niveles de mano tienen dos características básicas; una línea de vista o de colimación y un nivel de burbuja para poner la línea de vista horizontal. Con un nivel de mano podremos lanzar visuales, determinar pendiente o ángulos horizontales.

En trabajos de gran envergadura y que abarcan grandes extensiones se utiliza el nivel medio del mar (NMM) como plano de comparación. En trabajos pequeños de relativa importancia donde no se tiene referencia cercana del NMM se acostumbra usar planos de referencia asumidos, esto es sin duda uno de los casos más comunes en los trabajos de nivelación de nuestra carrera.

## Comprobación y ajuste de nivel

Básicamente deber tenerse cuidado en tres aspectos:

-  El eje vertical del aparato debe ser verdaderamente vertical, o sea el eje del plato deber ser perpendicular al aparato.
-  El hilo horizontal del retículo debe ser verdaderamente horizontal.
-  La línea de vista debe ser horizontal cuando el aparato este nivelado.

## Curvatura y refracción



Aceptando la simplificación sobre la forma de la tierra, debemos estimar el efecto que la misma tiene en el proceso de nivelación. El campo topográfico altimétrico dependerá de la precisión que se desee obtener y de la apreciación de los instrumentos a utilizar en las operaciones de nivelación.

En algunos trabajos de nivelación precisa tales como los establecimientos de bancos de cota fija es necesario considerar el efecto de la curvatura de la tierra y la refracción atmosférica. De manera general la corrección por curvatura, considerando un radio de 6370 Km., puede ser calculada por la siguiente ecuación:

$$C = 0.0785 K^2 \text{ (cm.)}$$

Donde k es la distancia vertical existente entre una línea horizontal y la línea de nivel expresada en km. Es decir que para una distancia vertical de 1 Km la corrección será 7.85 cm.

El fenómeno de refracción atmosférica se presenta cuando los rayos de luz se doblan ligeramente hacia abajo lo que tiende a disminuir la curvatura terrestre en un 14 %.

La corrección por refracción puede calcularse por la siguiente ecuación:

$$C = 0.0675 K^2 \text{ (Km.)}$$

***Casi todas las líneas de visual son cortas (0-30 m) y en rara ocasión la visual se encuentra por encima de los 2 m sobre el terreno. En consecuencia rara vez es necesaria hacer la corrección por estos efectos recomendada para distancias mayores de los 400 m.***

El efecto de refracción contrarresta el efecto de curvatura, por lo que el efecto o error total de curvatura y refracción ( $e_{cr}$ ) combinado se puede determinar por la siguiente expresión:

$$e_{cr} = \frac{D^2}{2R} (1 - K)$$

donde K representa el coeficiente de refracción cuyo valor promedio es de 0.16 y R el radio de la tierra con un valor de 6370 Km.

Según Casanova, la máxima distancia horizontal para una nivelación de precisión en la que se requiere que el error total de curvatura y refracción  $e_{cr} \leq 1 \text{ mm}$  es de aproximadamente 120 m.

Podemos realizar correlaciones de estos efectos de la siguiente tabla tomada de tabla 6.1 de Publicación de Casanova. Pag 6-5.

D	$e_{cr}$ mm
100	0,65
200	2,64
400	10,55
500	16,48
$\geq 1.000$	65,93

## Conceptos Básicos de comprensión aplicada

Para el dominio de la nivelación es indispensable el dominio de los siguientes términos:

*Lectura de espalda o vista atrás (LE o VA):* es una lectura de hilo central efectuada sobre la estadia situada sobre el punto inicial de cota conocida el cual puede ser un BM o un punto de liga. También es conocida como lectura aditiva pues siempre se suma.

*Altura de instrumento (HI o AI):* es la elevación de la línea de colimación del telescopio cuando el equipo esta nivelado medido a partir de una superficie de referencia. La elevación de un punto conocido más la vista atrás es la altura de instrumento buscada.

*Lectura de frente o vista al frente (LF o VF):* es una lectura de hilo central efectuada sobre la estadia situada sobre el punto siguiente de avanzada en el estudio es decir sobre el punto sobre el cual queremos conocer la elevación.

Esta lectura es necesaria para calcular las elevaciones de los puntos siguientes simplemente restando la altura instrumento la vista de frente. También es conocida como lectura deductiva pues siempre se resta.

*Lectura intermedia (LI):* es una lectura de hilo central sobre la estadia en puntos de detalle cuyas elevaciones deseemos saber.

Las lecturas intermedias son muy usadas para dejar referencias en el desarrollo del trabajo de campo. Toda lectura entre LE y LF es intermedia. Las lecturas intermedias son deductivas y con lecturas de mira sobre puntos de elevación desconocidos.

*Puntos de liga o cambio:* es un punto intermedio entre dos referencias en el cual se hacen dos lecturas de enlace, una de frente y una hacia atrás.

En resumen  $HI = cota + LE$ .       $Cota = HI - LF$

## Métodos de nivelación:

Existen dos métodos:

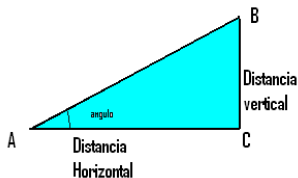
- ✚ Indirectos: Nivelación trigonométrica y Nivelación Barométrica.
- ✚ Directos: Nivelación diferencial o geométrica.

## Nivelación trigonométrica

Se utiliza en la determinación de cotas o desniveles entre puntos, basándose en la Trigonometría, por tanto es necesario conocer las distancias horizontales y verticales entre la estación del instrumento y el punto en estudio, así como el ángulo horizontal y el ángulo zenital. Obtenido al visar el punto.

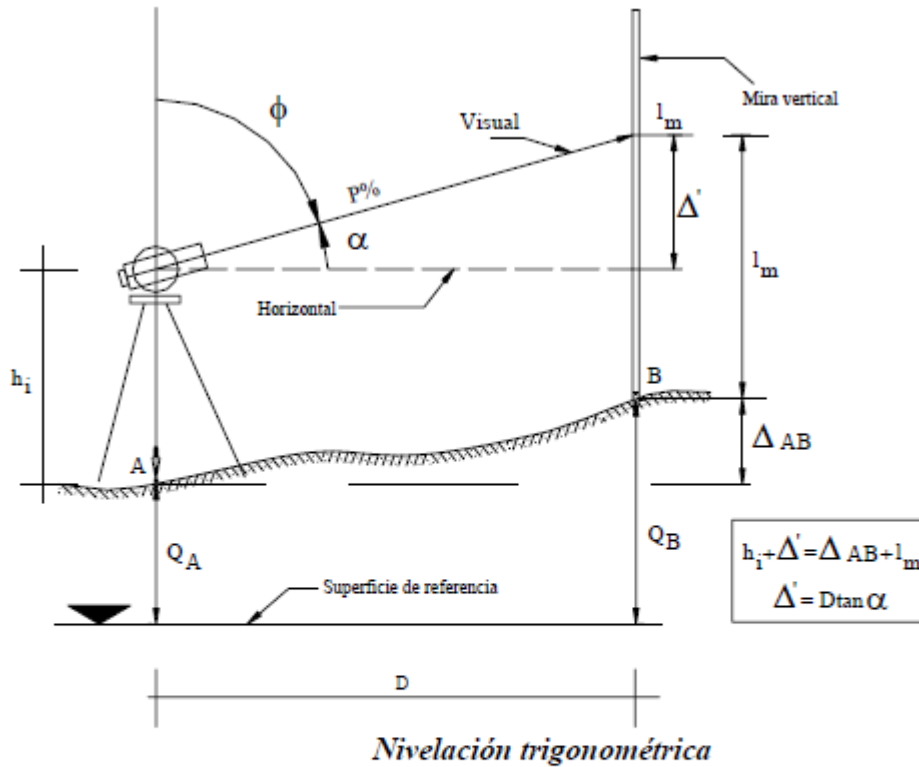
La nivelación trigonométrica resulta más ventajosa aplicarla a terrenos muy accidentados, montañosos o boscosos, donde la utilización del nivel se hace engorrosa ya que se tendría que cuadricular el terreno y realizar un número considerable de plantadas del nivel, mientras que con el teodolito se lleva simultáneamente las radiaciones y elevaciones.

Tiene por objeto determinar la diferencia de altura entre dos puntos midiendo la distancia horizontal o inclinada y el ángulo vertical que los une con el plano vertical para poder determinar los desniveles con ayuda de la trigonometría. En la topografía ordinaria este tipo de nivelación proporciona un medio rápido para la determinación de elevaciones de puntos en terrenos bastante accidentados. Los ángulos se miden con el teodolito y las distancias con la mira.



Cuando se mide el ángulo vertical y la distancia inclinada, aplicando trigonometría con función seno y considerando un triángulo rectángulo, el desnivel se obtiene:  $\text{seno}(\text{ángulo}) = BC/AB$ ;  $BC = \text{sen}(\text{ángulo}) * AB$

Cuando se mide el ángulo vertical y la distancia horizontal, aplicando trigonometría con función tangente y considerando un triángulo rectángulo, el desnivel se obtiene:  $\text{tangente}(\text{ángulo}) = BC/AC$ ;  $BC = \text{tan}(\text{ángulo}) * AC$



$$\Delta_{AB} = D \tan \alpha + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = D \cot \phi + h_I - l_m$$

$$\Delta_{AB} = \frac{P \cdot D}{100} + h_I - l_m$$

$\Delta_{AB}$  = Desnivel entre A y B

$D$  = Distancia horizontal

$\alpha$  = Angulo vertical de elevación

$\phi$  = Angulo cenital

$P$  = Inclinación de la visual en %

$h_I$  = Altura del instrumento

$h_s$  = Altura de la señal (lectura en mira)

### Nivelación Barométrica

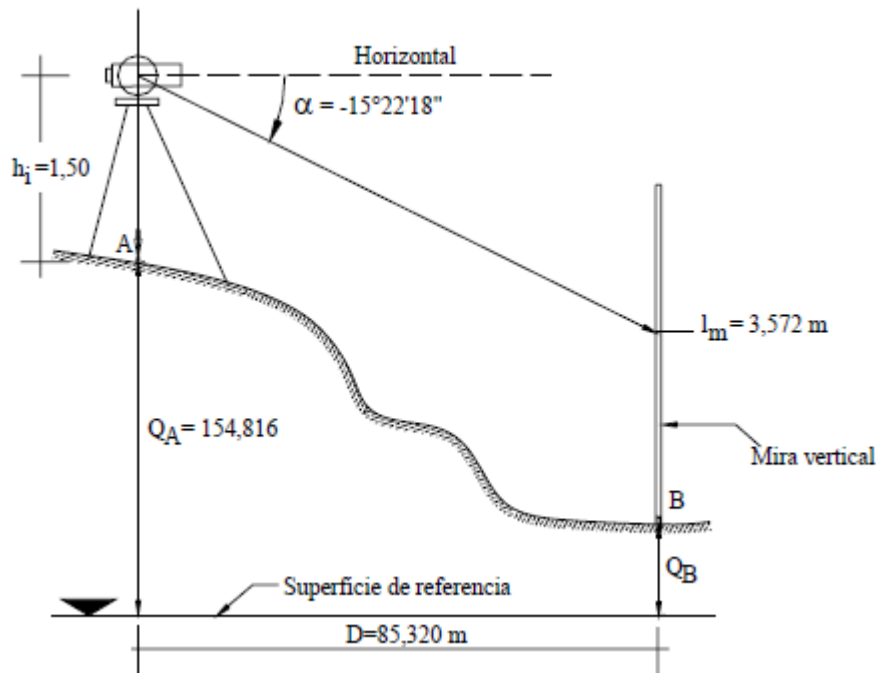
Este tipo de nivelación es para usos exploratorios y de reconocimientos en zonas montañosas con el uso del barómetro; instrumento que considera la presión atmosférica, la cual varía durante el día e incluso durante la noche, la que hace que este tipo de nivelación no sea exacta.

## Nivelación Directa o diferencial

Consiste en medir las distancias verticales y elevaciones de manera directa. Se realiza con el objetivo de establecer puntos de control mediante el corrimiento de una cota, entendiéndose como tal las operaciones encaminada a la obtención de la elevación de un punto determinado partiendo de otro conocido. La nivelación geométrica o diferencial se clasifica en simple o compuesta.

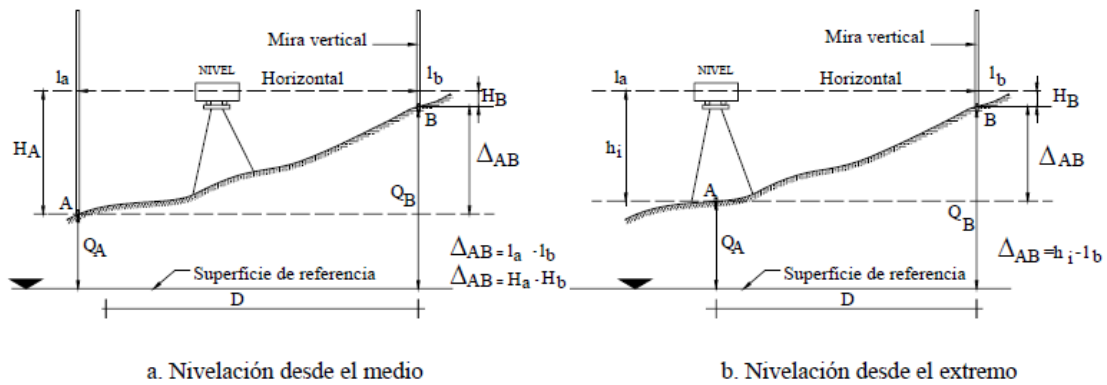
### Instrumento para la nivelación Directa

1. Nivel de Albañil.
2. Nivel de Mano.
3. Nivel de Manguera
4. Nivel de Montaje Rápido (Teodolito)
5. Nivel Automático y Nivel Fijo.



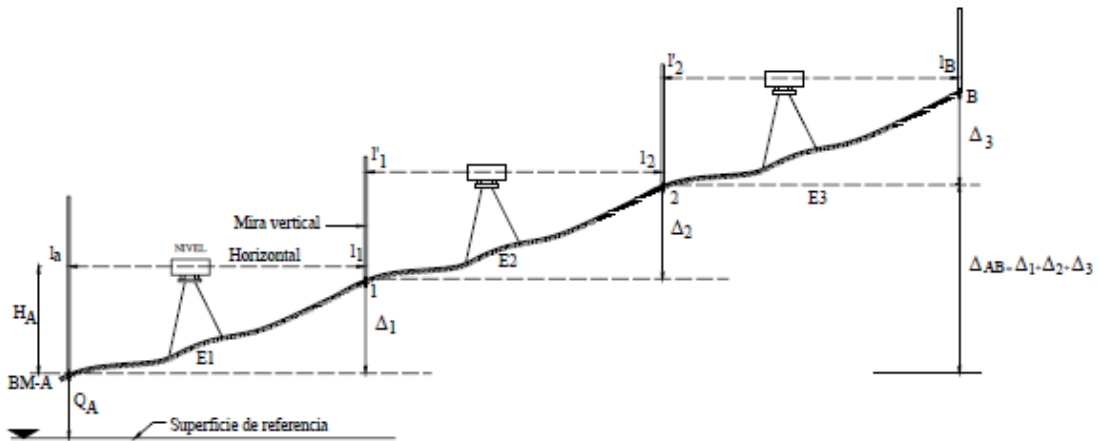
### Nivelación simple

Es aquella en la cual desde un punto o una sola posición del aparato se puede conocer las cotas o elevaciones de los diferentes puntos que deseamos nivelar. En este se sitúa el nivel en el punto más conveniente el cual ofrezca mejores condiciones de visibilidad. La primera lectura se hace sobre al estadia colocada en el punto estable y fijo que se toma como un BM el cual podrá ser conocido o asumido.



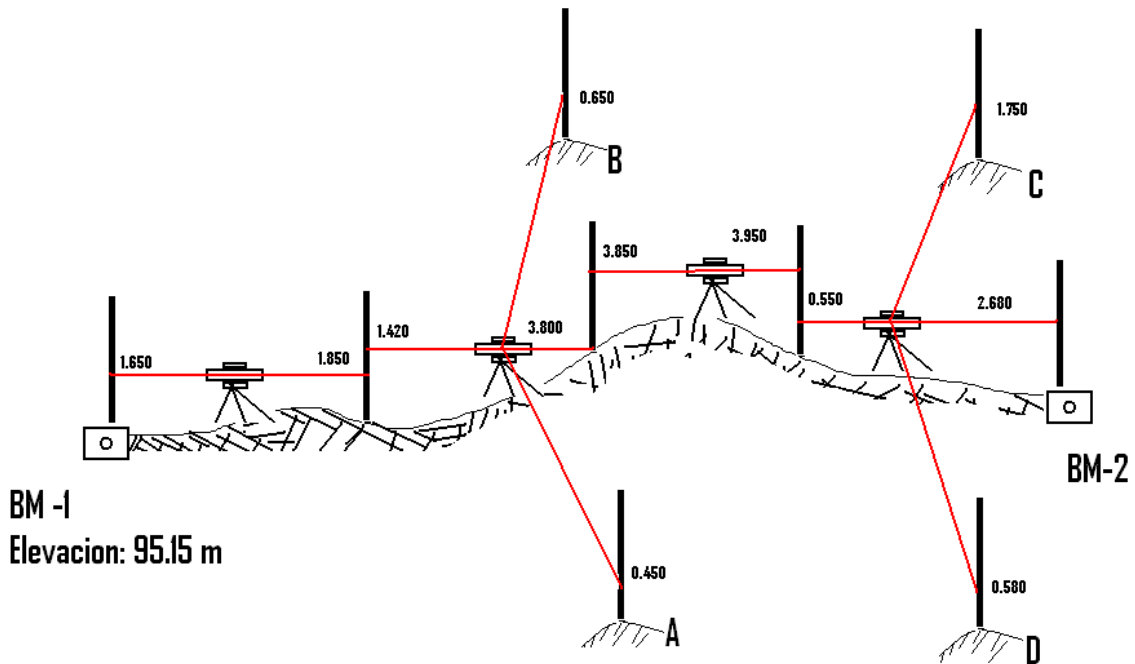
## Nivelación compuesta

Esta nivelación es igual a la simple con la única diferencia que el aparato se plantara más de una vez y por consiguiente la altura de instrumento será diferente cada vez que se cambie. Este tipo de nivelación se realiza cuando los terrenos son bastantes accidentados y exceden visuales de 200 m. en otras palabras la nivelación compuesta es una serie de nivelaciones simples amarradas entre si por puntos de cambio o de liga del aparato.



## Modelo de registro de datos

Cuando se realiza un trabajo de nivelación la parte mas importante es la claridad y orden que se tenga en la presentación de los datos levantados en el campo con el objetivo de que cualquier persona con conocimientos topográficos pueda interpretarlos y realizar los cálculos necesarios. Para entender el concepto de nivelación realicemos un ejemplo paso a paso.



Estación	LE o VA (+)	HI	LF o VF (-)	LI	Cota o Elevación
BM-1	1.650	96.800			95.150
PC-1	1.420	96.370	1.850		94.950
A				0.450	95.920
B				0.650	95.720
PC-2	3.850	96.420	3.800		92.570
PC-3	0.550	93.020	3.950		92.470
C				1.750	91.270
D				0.580	92.440
BM-2			2.650		90.370

LE o VA: Lectura espalda - vista atras  
 HI o AI: Altura de Instrumento  
 LI: Lectura Intermedia  
 VF o LF: Lectura de frente o vista de frente  
 PC: punto de cambio. Tambien designado como PL o punto de liga

*Procedimiento de cálculo*

Partimos con la elevación de BM conocida = 95.15 m  
 HI = Elevación de BM-1 + VA (Primera altura de instrumento)  
 HI = 95.15 + 1.65 = 96.80 m

PC - 1 = HI - VF  
 PC - 1 = 96.80 - 1.85 = 94.95 m

HI = Elevación PC-1 + VA (Segunda altura de instrumento)  
 HI = 94.95 + 1.42 = 96.37 m

A = HI - LI  
 A = 96.37 - 0.45 = 95.92 m

$$B = HI - LI$$
$$B = 96.37 - 3.65 = 92.72 \text{ m}$$

$$PC-2 = HI - VF$$
$$PC-2 = 96.37 - 3.80 = 92.57$$

$$HI = \text{Elevación PC-2} + VA \text{ (Tercera altura de instrumento)}$$
$$HI = 92.57 + 3.85 = 96.42 \text{ m}$$

$$PC-3 = HI - VF$$
$$PC-3 = 96.42 - 3.95 = 92.47 \text{ m}$$

$$HI = \text{Elevación PC-3} + VA \text{ (Cuarta altura de instrumento)}$$
$$HI = 92.47 + 0.55 = 93.02$$

$$C = HI - LI$$
$$C = 93.02 - 1.75 = 91.27 \text{ m}$$

$$D = HI - LI$$
$$D = 93.02 - 0.58 = 92.44 \text{ m}$$

$$\text{Elevación de BM-2} = HI - VF$$
$$\text{Elevación de BM-2} = 93.02 - 2.65 = 90,37 \text{ m.}$$

## Precisión en nivelaciones

La precisión o tolerancia en los trabajos de nivelación esta en función del trabajo a realizarse. Podemos decir que la nivelación tiene cuatro categorías dependiendo de la precisión que se desee en el levantamiento siendo estas:

### Nivelación aproximada

Para reconocimientos, anteproyectos.  
Visuales se hacen hasta 300m de longitud. (Si el terreno lo permite)  
Lecturas de mira hasta el centímetro.  
No se tiene cuidado en guardar equidistancia entre las LE y LF.  
Error máximo en metros =  $\pm 0.08 (D)^{1/2}$  D: distancia en Km.

### Nivelación ordinaria

Es la usada en la mayor parte de los trabajos de nivelación. Usada en trabajos de carreteras, vías férreas y otras construcción de obras civiles



Visuales hasta 190 m de longitud.

Lecturas de mira al milímetro.

Equidistancia aproximada entre LE y LF cuando se siguen itinerarios largos cuesta arriba y cuesta abajo.

Error máximo en metros =  $\pm 0.024 (D)^{1/2}$  D: distancia en Km.

### Nivelación de alta precisión

Es la usada en trabajos de mayor precisión tal como la localización de banco de nivel geodésicos.

Visuales 90 m de longitud.

Lecturas de mira al milímetro.

Equidistancia entre LE y LF.

Error máximo en metros =  $\pm 0.004 (D)^{1/2}$  D: distancia en Km.

### Nivelación de precisión

Es la usada en trabajos de planos poblacionales o para establecer puntos de referencia de referencias principales de levantamientos de cierta extensión.

Visuales 90 m de longitud.

Lecturas de mira al milímetro.

Equidistancia entre LE y LF.

Error máximo en metros =  $\pm 0.01 (D)^{1/2}$  D: distancia en Km.

\* Por ejemplo si en un problema realizado por nivelación de doble puesta de instrumento se obtuvo un error de 0.02 m y si la longitud de nivelada fue 1 Km. entonces los errores máximos tolerables son:

0.08 m Nivelación Aproximada

0.02 m Nivelación Ordinaria

0.01 m Nivelación de Precisión

0.004 m Nivelación de alta Precisión.

Comparando este error con los tolerables podemos clasificar la nivelación como tipo ordinaria.

### Comprobación de las nivelaciones

En toda nivelación el número de LE debe ser igual al número de LF. La suma de lecturas de espalda menos las lecturas de frente es igual a la diferencia entre cota inicial y cota final. O sea  $\sum LE - \sum LF = \text{Cota inicial} - \text{cota final}$ . Pero esto solo elimina la posibilidad de equivocación en los cálculos aritméticos o en anotaciones en libreta de campo, pero no indica que el trabajo haya sido realizado de forma correcta.

En las nivelaciones como en cualquier tipo de trabajo topográfico es necesario que los resultados tengan una debida comprobación, con el objetivo de detectar cualquier equivocación cometida y de poder controlar los errores propios del proceso natural del trabajo. Los principales tipos de comprobación son tres:

- ✚ Por doble punto de cambio
- ✚ Por doble puesta de instrumento
- ✚ Por nivelación de ida y vuelta

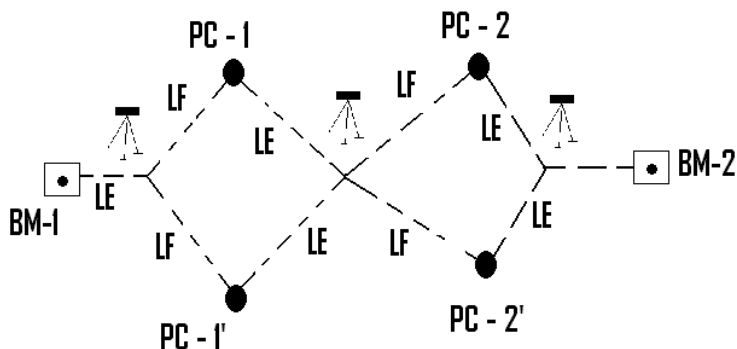
### Método de doble punto de cambio

En este procedimiento se emplean dos puntos de cambio por cada puesta del instrumento. El

Procedimiento de campo a seguir es el siguiente:

Con el instrumento situado en la primera posición se toma una mira de espalda sobre el punto de cota conocido BM-1 y miras de frente en los puntos de cambio PC-1 y PC-1'. En la segunda posición del instrumento se toman miras de espalda sobre los puntos PC-1 y PC-1' y miras de frente a los puntos PC-2 y PC-2' y se termina la nivelacion tomando una lectura de frente en el BM-2 que es el punto que queremos conocer.

La cota BM-2 puede ser calculada por dos rutas o caminos (BM-1, PC-1, PC-2, BM2 o BM-1, PC-1', PC-2', BM2). Si la diferencia entre los niveles esta en el rango permisible la elevación del BM-2 será el promedio de las dos cotas calculadas por cada uno de los caminos.



Por ejemplo. Calcular la elevación del BM-2 aplicando el método de doble punto de cambio.

Ruta A					Ruta B				
Estación	LE	HI	LF	Cota	Estación	LE	HI	LF	Cota
BM-1	0.875	100.875		100.000	BM-1	0.875	100.88		100.000
PC-1	1.483	100.988	1.370	99.505	PC-1'	1.973	100.99	1.860	99.015
PC-2	0.732	100.570	1.150	99.838	PC-2'	1.938	100.58	2.350	98.638
BM2			1.980	98.590	BM2			1.980	98.596
Σ	3.090		4.500		Σ	4.786	302.44	6.190	

$$\sum LE - \sum LF = -1.410$$

$$BM-1 - BM-2 = -1.410 \text{ ok}$$

$$\sum LE - \sum LF = -1.404$$

$$BM-1 - BM-2 = -1.404 \text{ ok}$$

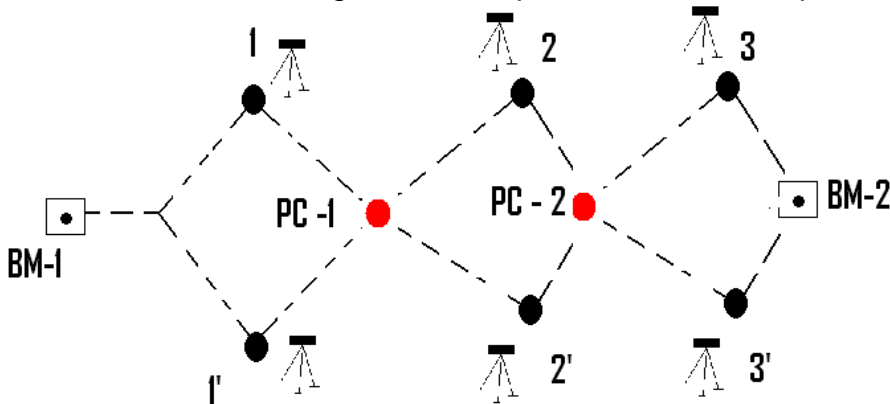
\* (-) Indica desnivel presente

$$Cota \text{ BM-2} = ( 98.590 + 98.596 ) / 2 = 98.593 \text{ m}$$

### Método por doble puesta de instrumento

Este método es similar al anterior con la salvedad que es necesario realizar dos puestas de instrumento para cada punto de cambio. En este método se llevan dos registros de campo, pero el proceso es mas lento y trabajoso ya que en cada nivelada se realizaran dos nivelaciones de instrumento. El procedimiento de campo es el siguiente:

Con el instrumento en la posición 1 tomamos una lectura de espalda BM-1 y una lectura de frente en PC-1. con el instrumento en la posición 1' observamos de nuevo una mira de espalda BM-1 y otra de frente al PC-1. El proceso se continua de esta forma hasta llegar al BM-2 que es la elevación que buscamos.



Por ejemplo. Calcular la elevación del BM-2 aplicando el método de doble Puesta de Instrumento.

Ruta A					Ruta B				
Estación	LE	HI	LF	Cota	Estación	LE	HI	LF	Cota
BM-1	1.440	59.940		58.500	BM-1	1.860	60.36		58.500
PC-1	3.180	60.420	2.700	57.240	PC-1'	3.840	61.08	3.120	57.240
PC-2	3.430	62.070	1.780	58.640	PC-2'	3.700	62.33	2.450	58.630
BM2			1.200	60.870	BM2			1.480	60.850
Σ	8.050		5.680		Σ	9.400	183.77	7.050	
ΣLE - ΣLF =		2.370			ΣLE - ΣLF =		2.350		
BM-1 - BM-2 =		2.370 <b>ok</b>			BM-1 - BM-2 =		2.350 <b>ok</b>		

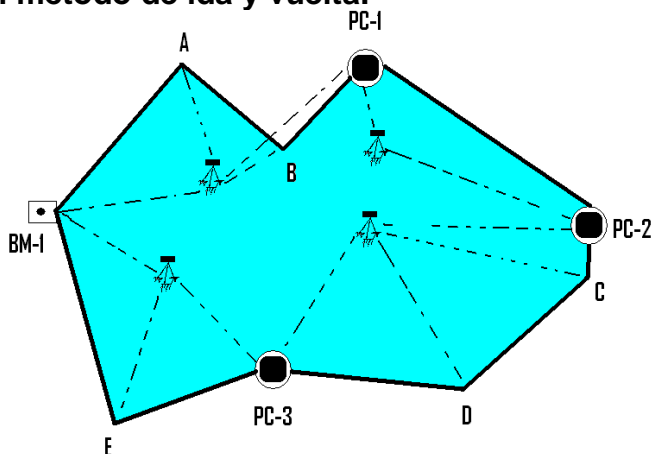
$$\text{Cota BM-2} = ( 60.870 + 60.850 )/2 = 60.860 \text{ m}$$

### Método Nivelación de Ida y Vuelta

Cuando no existen puntos de cota definida, es el mejor método para comprobar el trabajo, es el mas practico y mas usado en la topografía para comprobar la nivelación, este método consiste en correr la nivelación de un BM inicial a uno final y luego se regresa partiendo del BM final al inicial por una ruta diferente a la primera, la forma de chequearse es que partiendo del BM final deberá llegarse al BM inicial con la misma elevación. Es preferible hacer la nivelación de vuelta en diferentes horas y días para trabajos de alta precisión.

Si la línea es muy larga, deberá dividirse en tramos no mayores de dos kilómetros, realizando la nivelación de ida y vuelta en cada uno de los tramos.

Por ejemplo. **Comprobar que las elevaciones de los puntos son correctas por el método de ida y vuelta.**



Estación	LE	HI	LF	LI	Cota
BM-1	0.625	100.625		0.000	100.000
A				0.504	100.121
B				1.520	99.105
PC-1	0.602	99.689	1.538		99.087
PC-2	0.773	98.829	1.633		98.056
C				2.095	96.734
D				1.153	97.676
PC-3	2.918	101.070	0.677		98.152
E				0.268	
BM-1			1.070	100.000	Ok
Σ	4.918		4.918		

→ HI-LI  
 → HI-LI  
 → HI-LF

Cota final - cota inicial = 0  
 100 m - 100 = 0 **ok**

$\sum LE - \sum F = 0$   
 4.918 m - 4.918 = 0 **ok**

### Ajustes de nivelación

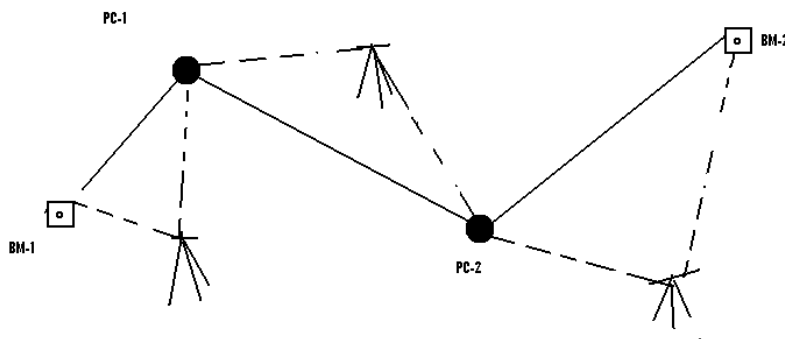
El ajuste de nivelaciones tiene por objeto distribuir el error de cierre obtenido y hallar el valor de las cotas de los puntos que intervienen en la nivelación. El ajuste se realizara de acuerdo al método empleado en la nivelación pero siempre, la distribución del error de cierre sera proporcional a las distancias de nivelada, o sea, una distribución lineal del error de cierre.

Existen dos tipos de ajuste:

- ✚ Por diferencia de nivel observado ( $\Delta z$ )
- ✚ Por cotas calculadas.

Ajuste Por diferencia de nivel observado (nivelación de enlace)

La nivelación de enlace es aquella en la que partiendo de un punto de cota fija se llega a otro de cota fija. El objetivo de ella es dejar una serie de cotas conocidas a lo largo de un itinerario determinado.



Para realizar el ajuste el error de cierre debe ser menor o igual al error permisible.

El error de cierre esta dado por  $e_c = \sum \Delta z \text{ observado} - \Delta z \text{ fijo}$   
 $\sum \Delta z \text{ observado} = \Delta z (BM1 - PC1) + \Delta z (BC1 - PC2) + \Delta z (PC2 - BM2)$   
 $\Delta z \text{ fijo} = \text{Cota final} - \text{Cota Inicial}$

Si llamamos  $e_1$  al error correspondiente a una distancia de nivelada  $L_1$ , los errores distribuidos proporcionalmente a las distancias niveladas son:

$$e_1 = \pm (e_c / L) L_1 \text{ donde,}$$

$e_1$  = error correspondiente a  $\Delta z_1$

$L_1$  = Distancia en metros de nivelada correspondiente a  $\Delta z_1$

$L$  = longitud total de itinerario

Por tanto la corrección será:  $C_1 = \pm (e_c / L) L_1$

Veamos un ejemplo. Se requiere ajustar la nivelación sabiendo que la cota BM-1 = 84.213m y la cota BM-2 = 84.565 m

Estación	LADO	LONG (KM)	$\Delta z$ Obs (LE-LF)	$\Delta z$ Correg	Cota
BM-1					84.213
PC-1	BM-1 - PC-1	0.600	-1.611	-1.610	1.611
PC-2	PC-1 - PC-2	1.000	1.224	1.225	-0.624
PC-3	PC-2 - PC-3	0.900	1.143	1.144	
PC-4	PC-3 - PC-4	0.7	-1.330	-1.329	Ok
BM-2	PC-4 - BM-2	0.9	0.920	0.921	84.565

0.000

$$\begin{aligned}
 l = k = \text{longitud de itinerario} &= 4.100 \text{ Km} \\
 \sum \Delta z \text{ observados} &= 0.346 \text{ m} \\
 \Delta z \text{ Fijo} = \text{Cota final} - \text{Cota inicial} &= 0.352 \text{ m} \\
 ec = & -0.006 \quad (\sum \Delta z \text{ observado} - \Delta z \text{ Fijo})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 = (ec/L)L_1 \quad C_1 &= 0.000878 \\
 C_2 &= 0.0014634 \\
 C_3 &= 0.0013171 \\
 C_4 &= 0.0010244 \\
 C_5 &= 0.0013171 \\
 \Sigma &= 0.006
 \end{aligned}$$

\* Sumatoria de correcciones es igual pero con signo contrario al error de cierre. Como comprobación la sumatoria de  $\Delta z$  corregidos debe ser igual al  $\Delta z$  fijo y la cota BM-2 calculada debe ser igual a la cota fija del dato.

### Ajuste por cotas (Nivelación en circuito cerrado)

En este tipo de ajuste se considera que los errores han ocurrido en forma uniforme y progresiva es decir, proporcionalmente a la longitud de la línea desde el origen hasta el punto considerado, por lo tanto:

$$(e_c / L) = (e_1 / l_1)$$

Despejando:

$$e_1 = \pm (e_c / L) (l_1)$$

y como las correcciones son de igual magnitud pero de signo contrario al error:

$$C_1 = \pm (e_c / L) (l_1)$$

Donde:

$C_1$  = Corrección de un punto situado a una distancia  $l_1$  del origen.

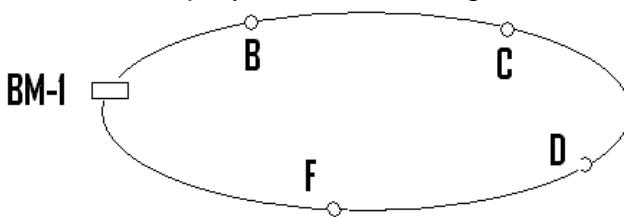
$l_1$  = Distancia acumulada desde el origen.

$L$  = Longitud total del itinerario.

$e_c$  = Error de cierre obtenido en la nivelación.

**Ejemplo:**

En el circuito cerrado de la figura se desea determinar la cota de los puntos B,C,D y F con un error kilométrico de 20 mm. En el registro se han colocado los datos de campo y resultados del gabinete.



Estación	LADO	LONG (KM)	Az Obs	Cota	Cota Corr.
BM1				10.471	10.471
B	BM1-B	0.68	1.422	11.893	11.891
C	B-C	1.38	1.111	13.004	13.000
D	C-D	1.90	-1.421	11.583	11.578
F	D-F	3.20	0.434	12.017	12.009
BM1	F-BM1	4.30	-1.535	10.482	10.471

El error de cierre será:

$$\sum \Delta Z \text{ obs} = 1.422 + 1.111 - 1.421 + 0.434 - 1.535 = 0.011 \text{ m}$$

El error de cierre permisible :

$$E_p \leq e_K \sqrt{k} \leq 20 \sqrt{4.30} = 41 \text{ mm.} = 0.041 \text{ m}$$

Como  $e_K = 0.011 < 0.041$  podemos ajustar la nivelación.

Debe notarse en el registro que la cota inicial del punto BM-1 tiene dos valores distintos y su diferencia debe coincidir con el error de cierre.

**Calculo de las correcciones:**

$$C_1 = (- 0.011/4.30) * 0.68 = -0.002 \text{ m.}$$

$$C_2 = (- 0.011/4.30) * 1.38 = -0.004 \text{ m.}$$

$$C_3 = (- 0.011/4.30) * 1.90 = -0.005 \text{ m.}$$

$$C_4 = (- 0.011/4.30) * 3.20 = -0.008 \text{ m.}$$

$$C_5 = (- 0.011/4.30) * 4.30 = -0.0011 \text{ m.}$$

Para hallar las cotas corregidas sumamos algebraicamente a las cotas observadas las correcciones. Después de efectuar este cálculo la cota del BM1 debe ser única e igual al valor del dato.

**Ejercicio propuesto**

Determine elevaciones encada punto a partir de los datos de campo siguientes:

- A. Cual es la diferencia de elevación entre A y B?
- B. Cual es la diferencia de elevación entre BM-1 y el punto c?
- C. Compruebe sus cálculos.

Estación	LE	HI	LI	VF	Elevación
BM-1	1.453				75.578
PC-1	1.954			1.665	
PC-2	1.864			1.655	
PC-3	0.565			0.987	
PC-4	1.876			1.432	
A			1.765		
B			1.465		
PC-5	0.654			1.654	
PC-6	1.766			2.766	
PC-7	0.876			1.866	
C			1.765		
PC-8	1.765			1.876	
PC-9	0.987			0.877	
PC-10	1.122			0.675	
PC-11	1.654			1.012	
BM-2				2.005	